

- الفصل الأول : مراجعة وتكملة حول الأشعة.

- 1- تعريف : مقدار سلمي و مقدار شعاعي ، شعاع مقيد و شعاع منزلق و شعاع حر ، الأشعة المتسايرة
- جمع الأشعة : تعريف ، الخواص ، تبديلي ، تجميحي ، عنصر محايد ، عنصر نظير ، شعاع الواحدة
- الجداء بعدد سلمي : تعريف ، الخواص ، توزيعي للجمع ، توزيعي للجداء بعدد
- قاعدة التمثيل و نظام الإحداثيات : القاعدة المتعامدة و المنجانسة ، مركبات شعاع داخل قاعدة متعامدة و منجانسة ، شعاع الواحدة و جيوب التمام الموجهة
- 2- العمليات على الأشعة :
- الجداء السلمي : تعريف ، الخواص ، العبارة التحليلية ، طويلة شعاع
- الجداء الشعاعي : تعريف ، الخواص ، العبارة التحليلية ، المفهوم الهندسي
- الجداء المختلط : تعريف ، الخواص ، المفهوم الهندسي
- الجداء المضاعف : تعريف ، الخواص
- الدوال الشعاعية : تعريف ، الخواص ، الإشتقاق و خواصه ، التكامل و خواصه

- الفصل الثاني : جملة الإحداثيات.

- 1- الإحداثيات في المستوي :
- الأحداثيات القطبية : تعريف ، العلاقة مع الإحداثيات الكارتيزية ، أشعة الواحدة ، مركباتها و مشتقاتها
- 2- الإحداثيات في الفضاء :
- الإحداثيات الأسطوانية : تعريف ، العلاقة مع الإحداثيات الكارتيزية ، أشعة الواحدة ، مركباتها ، ...
- الإحداثيات الكروية : تعريف ، العلاقة مع الإحداثيات الكارتيزية ، أشعة الواحدة ، مركباتها ، ...
- 3- عناصر الطول ، المساحة ، و الحجم : الإحداثيات الكارتيزية ، القطبية ، الأسطوانية و الكروية.

- الفصل الثالث : حركة النقطة المادية.

- 1- عموميات : النقطة المادية ، المسار ، الفاصلة المنحنية ، المعادلة الزمنية.
- 2- السرعة و التسارع : شعاع الموقع ، السرعة المتوسطة و السرعة اللحظية ، التسارع المتوسط و التسارع اللحظي.
- 3- السرعة و التسارع في مختلف الإحداثيات : السرعة و التسارع في الإحداثيات الكارتيزية ، في الإحداثيات القطبية ، في الإحداثيات الأسطوانية ، الإحداثيات الذاتية ، و الإحداثيات الكروية.
- 4- تطبيقات : الحركة المستقيمة ، الحركة الدائرية ، الحركة التوافقية ، الحركة ذات تسارع مركزي.

- الفصل الرابع : الحركة النسبية للنقطة المادية.

- 1- مقدمة : المعلم المطلق و المعلم النسبي ، المقادير المطلقة و المقادير النسبية ، السرعة المطلقة و السرعة النسبية ، التسارع النسبي ، التسارع المطلق و التسارع النسبي.
- 2- تركيب السرعات : العلاقة بين السرعة المطلقة و السرعة النسبية ، حالة الإنسحاب ، حالة الدوران ، الحالة العامة.
- 3- تركيب التسارعات : العلاقة بين التسارع المطلق و التسارع النسبي ، حالة الإنسحاب ، حالة الدوران ، الحالة العامة.
- 4- تطبيقات : السقوط الحر ، التسارع التكميلي ، نواس فوكو ، حركة الدوران دون إنزلاق ، تحويلات غاليلي و تحويلات لورنس.

- الفصل الخامس : تحريك النقطة المادية.

- 1- مقدمة : تعريف ، معلم كوبرنيك و معلم العطالة.
 - 2- التحريك الغاليلي : - كمية الحركة ، مبدأ إنحفاظ كمية الحركة - القوانين الأساسية للتحريك : قانون العطالة ، العلاقة الأساسية للتحريك ، مبدأ الفعل و رد الفعل - كتلة العطالة و كتلة النقال - تطبيق : مشكلة الصاروخ
- الفصل السادس : العمل و الطاقة الميكانيكية .

- 1- العمل و الطاقة الحركية : - عمل القوة: تعريف ، العبارة التحليلية للعمل ، القدرة ، أمثلة . الطاقة الحركية : تعريف ، نظرية الطاقة الحركية ، أمثلة.
- 2- الحقل و الطاقة الكامنة: - الحقل السلمي و الحقل الشعاعي - العلاقة بين القوة و الطاقة الكامنة - مؤثر التدرج و التفاضل التام - القوى المحافظة و القوى غير المحافظة - تطبيقات : الطاقة الكامنة التوافقية ، الطاقة الكامنة للجاذبية.
- 3- الطاقة الميكانيكية الكلية : إنحفاظ الطاقة الميكانيكية الكلية ، مناقشة منحني انطاقة الكامنة (بدر الترمون و حاجز الترمون) ، التوازن المستقر و التوازن غير المستقر ، الطاقة الميكانيكية بوجود قوة غير محافظة.
- 4- تطبيقات : حركة جسم داخل حقل قوة مركزية.

السلسلة رقم 01 : مراجعة حول الأشعة

- التمرين 01: في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقطتين $P(2, -1, 3)$ و $Q(5, 1, -1)$.

- 1- مثل هندسيا الشعاع \overrightarrow{PQ} وأعط مركباته ثم أحسب المسافة بين P و Q .
- 2- مثل في المعلم الشعاع \overrightarrow{OA} المساير لـ \overrightarrow{PQ} و أحسب شعاع واحدته \vec{U} .
- 3- مثل الأشعة $\overrightarrow{OA_1}$ ، $\overrightarrow{OA_2}$ و $\overrightarrow{OA_3}$ حيث A_1 ، A_2 و A_3 هي مساقط النقطة A على المستويات (Oxy) ، (Oxz) و (Oyz) .
- 4- أوجد إحداثيات النقطة B التي تنتمي إلى المستوي (Oxy) بحيث يكون:
 أ- الشعاع \overrightarrow{OB} عموديا على الشعاع $\overrightarrow{OA_1}$ (يمكن الاكتفاء بالحالة الأخيرة و البقية في المنزل)
 ب- الشعاع \overrightarrow{OB} عموديا على الشعاع $\overrightarrow{OA_2}$
 ج- الشعاع \overrightarrow{OB} موازيا للشعاع $\overrightarrow{OA_3}$

- التمرين 02: في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ بين أن من أجل الشعاع الكيفي \vec{A} لدينا دائما:

- أ- $\vec{A} = (\vec{A} \cdot \vec{i}) \vec{i} + (\vec{A} \cdot \vec{j}) \vec{j} + (\vec{A} \cdot \vec{k}) \vec{k}$
- ب- $\vec{A} = \|\vec{A}\| (\cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k})$ حيث α ، β و γ هي الزوايا التي يصنعها \vec{A} على التوالي مع \vec{i} ، \vec{j} ، \vec{k} (جيوب التمام الموجهة).
 ماذا تمثل هذه الجيوب بالنسبة لشعاع الواحدة المرتبط بـ A
- ج- عندما يكون $\vec{A} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ أحسب α ، β و γ وتأكد من العلاقة:
 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

- التمرين 03 (إضافي): لتكن مجموعة الأشعة: $\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$ ، $\vec{B} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ و $\vec{C} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

- 1- أحسب طولية كل شعاع ، و أشعة الواحدة المرفقة بها
- 2- أحسب $\vec{U} = \vec{A} + \vec{B}$ ، $\vec{V} = 2\vec{A} - 3\vec{B}$ و $\vec{W} = \vec{A} - 2\vec{B} + 3\vec{C}$

- التمرين 04: لدينا الأشعة: $\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ، $\vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{C} = -2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$

- 1- أحسب محصلة هذه الأشعة
- 2- نعطي الشعاع $\vec{U} = U_x \vec{i} + U_y \vec{j}$ ، حيث U_x و U_y تمثل مركبات هذا الشعاع ، أوجد هذه المركبات حتى يصبح \vec{U} شعاع الواحدة لمحصلة الأشعة الثلاثة
- 3- أحسب جيوب التمام الموجهة لهذا الشعاع و تحقق من تطابقها مع مركباته.

- التمرين 05: 1- لدينا الشعاعان $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ و $\vec{B} = 4\vec{i} + 5\vec{j}$ أحسب طولية كل منهما.

- 2- أحسب الجداء السلمي $\vec{A} \cdot \vec{B}$ ثم أستنتج الزاوية (\vec{A}, \vec{B}) بينهما.
- 3- ما هي مركبات الشعاع \vec{AB} والمسافة بين A و B . تأكد من العلاقة:
- $$\|\vec{AB}\|^2 = \|\vec{OA}\|^2 + \|\vec{OB}\|^2 - 2\|\vec{OA}\| \cdot \|\vec{OB}\| \cos(\vec{OA}, \vec{OB})$$
- بين أن هذه العلاقة تبقى صحيحة في الحالة العامة.
- 4- عندما تكون $\|\vec{OA}\| = \|\vec{OB}\|$ بين أن أقطار المعين المشكل على الأشعة \vec{OA} و \vec{OB} متعامدة.

- 5- أحسب الجداء الشعاعي $(\vec{A} \wedge \vec{B})$ ثم أستنتج بطريقة أخرى الزاوية (\vec{A}, \vec{B}) . ما هو شعاع الواحدة \vec{U} للشعاع $(\vec{A} \wedge \vec{B})$.
- 6- نعرف الشعاع $\vec{W} = x\vec{i} + y\vec{j} - 2\vec{k}$ ، أوجد x و y ليكون \vec{U} هو أيضا شعاع واحد من \vec{W} .

- التمرين 06 : يعطى الشعاعان $\vec{v} = -\alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$ و $\vec{w} = \alpha\vec{i} - \beta\vec{j} + x\vec{k}$ حيث أن α ، β و γ ثوابت. حدد قيمة الوسيط x إن أمكن بدلالة هذه الثوابت حتى يكون:

- 1- $\vec{v} \parallel \vec{w}$
- 2- $\vec{v} \perp \vec{w}$
- 3- الزاوية (\vec{v}, \vec{w}) تساوي $\pi/4$.

- التمرين 07 : لتكن الأشعة: $\vec{A} = \vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{B} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ و $\vec{C} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$

- 1- أحسب: $\vec{A} \cdot \vec{B}$ ، $\vec{A} \cdot \vec{C}$ و $\vec{B} \cdot \vec{C}$
- 2- أحسب كذلك: $\vec{A} \wedge \vec{B}$ ، $\vec{A} \wedge \vec{C}$ و $\vec{B} \wedge \vec{C}$
- 3- أوجد الزاوية (\vec{B}, \vec{C})
- 4- أحسب مساحة متوازي الأضلاع المشكلين من الشعاعين (\vec{A}, \vec{B}) و (\vec{B}, \vec{C})
- 5- أحسب الجداء المضاعف $(\vec{A} \wedge \vec{B}) \wedge \vec{C}$ ، $(\vec{A} \wedge \vec{C}) \wedge \vec{B}$ و $(\vec{B} \wedge \vec{C}) \wedge \vec{A}$ ، ماذا تستنتج.
- 6- أحسب الجداء المختلط: $(\vec{A} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{C}$ و $(\vec{A} \wedge \vec{C}) \cdot \vec{B}$ و $(\vec{B} \wedge \vec{C}) \cdot \vec{A}$ ، ماذا تلاحظ.
- ماذا يمثل هذا الجداء.

- التمرين 08 (إضافي) : 1- لتكن مجموعة الأشعة: $\vec{v}_1 = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ و $\vec{v}_2 = -\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$

و $\vec{v}_3 = -2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ أوجد قيمة الوسيط α إن كان ذلك ممكنا حتى يكون:

$$\alpha\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 \parallel \vec{i}, \alpha\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 \parallel \vec{j}, \alpha\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 \parallel \vec{k}$$

$$\alpha\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = \vec{0}$$

2- أوجد قيمة الوسيطين α و β حتى يكون: $\vec{v}_3 = \alpha\vec{v}_1 + \beta\vec{v}_2$

3- أحسب الجداءات: $(\vec{v}_2 + \vec{v}_3) \cdot \vec{v}_1$ ، $(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \cdot \vec{v}_3$ و $(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \wedge \vec{v}_3$

4- أحسب الجداء المختلط: $(\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2) \cdot \vec{v}_3$ و $(\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2) \cdot \vec{v}_1$ ، ماذا تلاحظ.

5- أحسب الجداء المضاعف: $(\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2) \wedge \vec{v}_3$ و $(\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2) \cdot \vec{v}_3$ ، ماذا تلاحظ.

- التمرين 09 (إضافي): ليكن في الفضاء ذي الثلاث أبعاد، الشعاع: $\vec{U} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ و لتكن

النقطة $A(2, 1, -1)$ و النقطة $B(x, y, z)$.

1- أوجد إحداثيات النقطة B بحيث يكون:

- 2- أوجد إحداثيات النقطة B حتى يكون الجداء : $\vec{U} \wedge \vec{AB} \parallel \vec{k}$ ، $\vec{U} \wedge \vec{AB} \perp \vec{k}$ ، ماذا تمثل مجموعة هذه النقاط ، ماذا تمثل مجموعة هذه النقاط

- التمرين 10 : لتكن الدالة الشعاعية : $\vec{V}(t)$ تابعة للزمن t بحيث تكتب من الشكل :

$$\vec{V}(t) = V_x(t)\vec{i} + V_y(t)\vec{j} + V_z(t)\vec{k}$$

- 1- بين في الحالة العامة أن : $d\|\vec{V}\|/dt \neq \|d\vec{V}/dt\|$ ، متى تتحقق المساواة
 2- بين أن المساواة : $\vec{V} \cdot d\vec{V}/dt = \|\vec{V}\| \cdot d\|\vec{V}\|/dt$ صحيحة مهما كانت عبارة $\vec{V}(t)$
 3- إذا كانت $\|\vec{V}\| = Cte$ بين أن $\vec{V}(t) \perp d\vec{V}(t)/dt$

التمرين 11 : لتكن الدالة الشعاعية $\vec{R}(t) = X(t)\vec{i} + Y(t)\vec{j} + Z(t)\vec{k}$ في الجملة الكرنيزية $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث $X(t)$ ، $Y(t)$ و $Z(t)$ هي دوال ل t قابلة للاشتقاق.

$$(1) \text{ بين أن : } \frac{d\vec{R}(t)}{dt} = \frac{dX(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dY(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dZ(t)}{dt}\vec{k}$$

$$(2) \text{ عندما تكون } \vec{R}(t) = 3e^{-2t}\vec{i} + 2\cos 3t\vec{j} + 2\sin 3t\vec{k} \text{ أحسب } \frac{d\vec{R}(t)}{dt} \text{ ، } \frac{d^2\vec{R}(t)}{dt^2}$$

$$\text{وشدتهما } \left\| \frac{d\vec{R}(t)}{dt} \right\| \text{ و } \left\| \frac{d^2\vec{R}(t)}{dt^2} \right\| \text{ عندما } t = 0$$

$$(3) \text{ عندما تكون } \frac{d^2\vec{R}(t)}{dt^2} = 6t\vec{i} - 24t^2\vec{j} + 4\sin t\vec{k} \text{ ما هي عبارة } \vec{R}(t) \text{ إذا كان}$$

$$\vec{R} = 2\vec{i} + \vec{j} \text{ و } \frac{d\vec{R}}{dt} = -\vec{i} - 3\vec{k} \text{ لما } t=0$$

(4) بين أن الدالة $\vec{R}(t) = e^{-t}(\vec{C}_1 \cos 2t + \vec{C}_2 \sin 2t)$ تمثل حلا للمعادلة التفاضلية

$$\frac{d^2\vec{R}}{dt^2} + 2\frac{d\vec{R}}{dt} + 5\vec{R} = \vec{0} \text{ حيث } \vec{C}_1 \text{ و } \vec{C}_2 \text{ شعاعان ثابتان.}$$

التمرين 12 (إضافي) : لتكن الأشعة $\vec{A} = 5t^2\vec{i} + t\vec{j} - t^3\vec{k}$ و $\vec{B} = \sin t\vec{i} - \cos t\vec{k}$. أحسب :

$$\frac{d(\vec{A} \cdot \vec{B})}{dt} \text{ ، } \frac{d(\vec{A} \wedge \vec{B})}{dt} \text{ و } \frac{d(\vec{A} \wedge \vec{A})}{dt}$$

(2) نأخذ الآن $\vec{A} = t^2\vec{i} - t\vec{j} + (2t+1)^2\vec{k}$ و $\vec{B} = (2t+1)\vec{i} + \vec{j} - t^2\vec{k}$. أحسب $\frac{d(\vec{A} \cdot \vec{B})}{dt}$ ،

$$\frac{d(\vec{A} \wedge \vec{B})}{dt} \text{ و } \frac{d(\vec{A} + \vec{B})}{dt} \text{ عندما } t=1$$